

															Número										
Apellidos																									
Nombre																									

TEORÍA (40 minutos)

CONTESTAR EN ÉSTA HOJA. NO SE TENDRÁN EN CONSIDERACIÓN HOJAS ADICIONALES.

(1) (1 punto) Enunciado: Describir el concepto de "histéresis aerodinámica" del flameo con entrada en pérdida. Enumerar las principales diferencias entre el flameo clásico y el flameo en separación.

Solución: la histéresis aerodinámica se refiere a que el desprendimiento de corriente en un perfil que aumenta su ángulo de ataque ocurre a un ángulo de ataque mayor que el asociado al desprendimiento de corriente en caso estacionario. Por eso se dice que el desprendimiento se “retrasa”. Lo mismo ocurre cuando, con la corriente desprendida, el perfil disminuye el ángulo de ataque de forma no estacionaria. En este caso, la corriente se readhiere a un ángulo de ataque más pequeño que el ángulo de ataque estacionario de desprendimiento de corriente. Las principales diferencias son: (1) el flameo clásico está asociado a la coalescencia de dos modos; el flameo por separación suele estar asociado al modo de torsión exclusivamente, aunque también el modo en flexión en otros casos, (2) En el flameo en separación no afecta la posición del centro de masas.

(2) (2 puntos) Enunciado: Describir el procedimiento de cálculo de cargas de bataneo basado en ensayos, formulando la relación principal entre magnitudes estadísticas y describiendo los datos necesarios de ensayos, los datos que provienen del modelo y los resultados del cálculo.

Solución: El procedimiento se basa en medir la respuesta de la estructura con acelerómetros y, con el modelo aeroelástico, inferir la densidad espectral de potencia de la excitación de buffet. La relación es $PSD_{OUT} = |H(\omega)|^2 PSD_{IN}$; la densidad de potencia espectral PSD_{OUT} es un dato medido, el módulo de la función de transferencia $|H(\omega)|$ depende del modelo aeroelástico y PSD_{IN} es la densidad de potencial espectral de la entrada (excitación de bataneo).

(3) (3 puntos) Enunciado: La ecuación de flameo en el dominio de la frecuencia se escribe como:

$$\left| K_{hh}^{-1} \left(M_{hh} + \frac{1}{2\pi\mu k^2} Q_{hh} \right) - \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega} \right)^2 (1 + ig) I_{hh} \right| = 0$$

Formular el esquema básico que describe el procedimiento del cálculo de la velocidad de flameo con el método Vg. Dibujar las soluciones de las distintas iteraciones en los gráficos “amortiguamiento” vs. “velocidad” y “frecuencia” vs. “velocidad”. Definir el concepto de “velocidad de flameo no ajustada” y cómo se podría proceder con el método Vg para obtener una solución “ajustada”.

Solución: el esquema básico junto con las soluciones básicas en los diagramas V_g/V_f pueden encontrarse en las transparencias colgadas en Moodle o en el libro recomendado "Introducción a la Aeroelasticidad". La velocidad de flamae no ajustada es aquella en la que el Mach, la velocidad de flameo y la altura de vuelo no corresponden a la atmósfera estándar. Lo contrario para la velocidad "ajustada". Para obtener una solución ajustada habría que hacer un bucle externo e iterar.

															Número									
Apellidos																								
Nombre																								

PROBLEMA 2 (60 minutos)

CONTESTAR EN ESTA HOJA. NO SE TENDRÁN EN CONSIDERACIÓN HOJAS ADICIONALES.

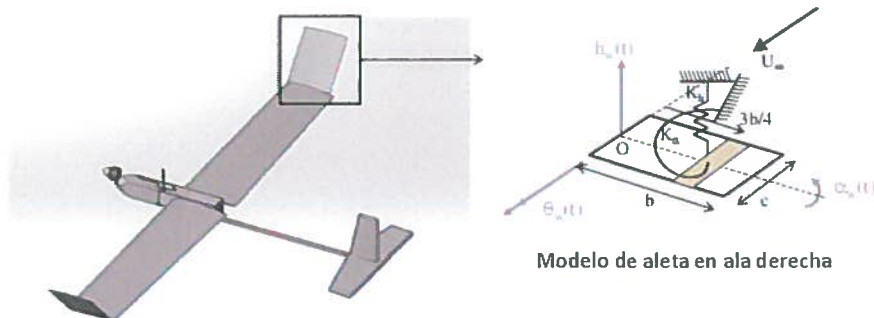
Enunciado: La figura inferior representa un modelo simplificado de "winglet" en punta de ala. Se consideran los siguientes grados de libertad: flexión en punta de ala representada con h_w (positiva hacia arriba), ángulo de giro asociado a la flexión de punta de ala representado con θ_w (positivo si la punta del winglet sube) y la torsión el ala en la punta representada con α_w (positivo si el borde de ataque sube).

Se desea formular las ecuaciones de la dinámica en el componente "winglet" asumiendo que éste es rígido y los efectos de flexibilidad provienen exclusivamente de la flexibilidad del ala (grados de libertad anteriormente descritos). La masa por unidad de envergadura del winglet es m .

Se desea analizar de forma conservativa las deformaciones incrementales en el ala provocadas por la presencia del winglet, para lo cual no se considera aerodinámica en el ala y sólo se analiza el perfil del winglet. Utilizar la teoría simplificada del perfil 3/4 de Theodorsen y asumir que las fuerzas aerodinámicas se pueden formular con teoría cuasi-estacionaria. Asumir que el CoG de la sección está en el centro y coincide con el eje elástico.

Se pide:

1. Expresar el desplazamiento h (positivo hacia abajo según la nomenclatura vista en clase) y el ángulo α de la sección 3/4 del winglet en función de las variables h_w , θ_w y α_w .
2. Se considera únicamente el primer modo a flexión de ala y el primer modo a torsión, de forma que el desplazamiento h_w y la rotación θ_w están ligadas mediante $\theta_w = f \cdot h_w / (c/2)$. La torsión α_w se asume que no está acoplada con la flexión h_w . La rigidez equivalente en la sección 3/4 a flexión es K_h y a torsión es K_α . Formular las ecuaciones de la dinámica para los grados de libertad h_w y α_w dejando indicadas las fuerzas aerodinámicas como Q_h y Q_α .
3. Formular las expresiones de las fuerzas aerodinámicas en función de h_w y α_w . Debe aparecer el factor f .
4. Asumir movimiento vertical (despreciar la torsión de ala α_w) y calcular el complejo $\tilde{h}_w$ asociado a la respuesta a una carga externa $P = \tilde{P}e^{i\omega t}$ (positiva hacia arriba).
5. Calcular la relación entre la respuesta anterior y la que se obtendría en caso de despreciar la rotación local del ala θ_w .
6. Describir de forma cualitativa cómo se podría modificar la respuesta sin modificar la estructura del ala y del winglet. Relacionar esta modificación con el factor f .



NOTA: Despreciando los términos no circulatorios (o de masa aparente) y asumiendo movimiento cuasi-estacionario las cargas aerodinámicas de un perfil oscilando en flexión y torsión son:

$$\frac{\bar{Q}_h}{q_\infty c/2} \approx -4\pi \left\{ \frac{t_0 \dot{h}}{c/2} + \alpha + \left(\frac{1}{2} - \Lambda_1 \right) t_0 \dot{\alpha} \right\}$$

$$\frac{\bar{Q}_\alpha}{q_\infty (c/2)^2} \approx 4\pi \left(\frac{1}{2} + \Lambda_1 \right) \left\{ \frac{t_0 \dot{h}}{c/2} + \alpha + \left(\frac{1}{2} - \Lambda_1 \right) t_0 \dot{\alpha} \right\}$$

El desplazamiento h y el ángulo α de la sección se expresa como:

$$\begin{aligned} h &= -h_w - \frac{3}{4}b\theta_w \\ \alpha &= \alpha_w \end{aligned}$$

Las ecuaciones de flexión y torsión quedan:

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + K_h h &= Q_h \rightarrow -m \left(\ddot{h}_w + \frac{3}{4}bf \frac{\ddot{h}_w}{c/2} \right) - K_h \left(h_w + \frac{3}{4}bf \frac{h_w}{c/2} \right) = -m \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \ddot{h}_w - K_h \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) h_w = Q_h \\ I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha &= Q_\alpha \rightarrow I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = Q_\alpha \end{aligned}$$

donde ya se ha sustituido las variables h y α en función de las variables h_w , θ_w y α_w .

Las fuerzas aerodinámicas Q_h (fuerza) y Q_α (momentos) son:

$$\begin{aligned} \frac{Q_h}{q_\infty (c/2)} &= -4\pi \left\{ \frac{t_0}{c/2} \left(-\dot{h}_w - \frac{3}{4}bf \frac{\dot{h}_w}{c/2} \right) + \alpha_w + \left(\frac{1}{2} - \Lambda_1 \right) t_0 \dot{\alpha}_w \right\} = \\ &= 4\pi \left\{ \frac{t_0}{c/2} \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \dot{h}_w - \alpha_w - \left(\frac{1}{2} - \Lambda_1 \right) t_0 \dot{\alpha}_w \right\} \\ \frac{Q_\alpha}{q_\infty (c/2)} &= - \left(\frac{1}{2} + \Lambda_1 \right) Q_h = -\frac{1}{2} Q_h \end{aligned}$$

Despreciando el movimiento en torsión, la ecuación queda:

$$-m \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \ddot{h}_w - K_h \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) h_w = q_\infty \frac{c}{2} 4\pi \left\{ \frac{t_0}{c/2} \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \dot{h}_w \right\} - P$$

y, asumiendo movimiento armónico, se expresa como:

$$\begin{aligned} m\omega^2 \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \tilde{h}_w - K_h \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \tilde{h}_w &= q_\infty \frac{c}{2} 4\pi \cdot i\omega \cdot \left\{ \frac{t_0}{c/2} \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \tilde{h}_w \right\} - \tilde{P} = \\ &= q_\infty 4\pi \cdot ik \cdot \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \tilde{h}_w - \tilde{P} \\ \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \frac{\tilde{h}_w}{c/2} - \frac{K_h}{m\omega^2} \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \frac{\tilde{h}_w}{c/2} &= \frac{q_\infty}{m\omega^2} 4\pi \cdot i\omega \cdot \left\{ \frac{t_0}{c/2} \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \frac{\tilde{h}_w}{c/2} \right\} - \frac{\tilde{P}}{m\omega^2 (c/2)} = \\ &= \frac{1}{2\pi\mu k^2} 4\pi \cdot ik \cdot \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \frac{\tilde{h}_w}{c/2} - \frac{\tilde{P}}{m\omega^2 (c/2)} \\ \frac{q_\infty}{m\omega^2} &= \frac{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2}{m} \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2\pi \frac{m}{\pi\rho_\infty (c/2)^2}} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{2\pi\mu k^2} \\ \left(1 + \frac{3}{2}bf \right) \left[1 - \frac{K_h}{m\omega^2} - \frac{1}{2\pi\mu k^2} 4\pi \cdot ik \right] \frac{\tilde{h}_w}{c/2} &= -\frac{\tilde{P}}{m\omega^2 (c/2)} \end{aligned}$$

En el caso de considerar despreciable la rotación local, el factor f sería pequeño, por lo que:

$$\left[1 - \frac{K_h}{m\omega^2} - \frac{1}{2\pi\mu k^2} 4\pi \cdot ik \right] \frac{\tilde{h}_w}{c/2} \Big|_{\theta_w \approx 0} = \frac{-\tilde{P}}{m\omega^2 (c/2)}$$

y la relación queda:

$$\frac{\left(1 + \frac{3}{2}bf \right)}{1} \frac{\tilde{h}_w}{c/2} \Big|_{\theta_w \approx 0} = 1 \rightarrow \frac{\tilde{h}_w}{c/2} \Big|_{\theta_w \approx 0} = \frac{1}{1 + \frac{3}{2}bf}$$

La respuesta se podría modificar introduciendo un muelle a torsión en la unión winglet-ala, que modifique el parámetro f .